

УДК 536.2

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ТЕМПЕРАТУРНЫХ ПОЛЕЙ И ОСНОВНЫХ ПОКАЗАТЕЛЕЙ ПЛАМЕННОГО ОБЖИГА АЛЮМИНИЕВЫХ ЭЛЕКТРОЛИЗЕРОВ

Национальный технический университет Украины “Киевский политехнический институт”

Карвацкий А.Я., Шилович Т.Б.

THE TEMPERATURE FIELDS AND MAIN PARAMETERS OF THE ALUMINIUM ELECTROLYZER FLAME BURNING COMPUTATION MODELING

National Technical University of Ukraine “Kiev Polytechnic Institute”

Karvatsky A.Ya., Shilovich T.B.

К основным задачам математического моделирования пламенного обжига алюминиевых электролизеров относятся следующие:

- расчет нестационарных температурных полей в подине катодного устройства;
- расчет основных тепловых и энергетических показателей обжига.

В литературе решению этих задач посвящено ограниченное количество работ [1-4], в которых рассматриваются математические постановки на основе нестационарного неоднородного уравнения теплопроводности для поперечного вертикального сечения электролизера или подины. Методики численного решения этих задач основываются на различных вариантах МКР. Однако МКР практически непригоден для тел сложной формы, которыми являются некоторые элементы конструкции электролизеров. В отличие от МКР, МКЭ и МГЭ не имеют отмеченного недостатка.

В общем случае математическую модель теплового состояния алюминиевого электролизера при пламенном обжиге можно записать в виде нестационарного неоднородного нелинейного уравнения теплопроводности

$$c_{pi}(t)\rho_i(t)\frac{\partial t}{\partial \tau} = \frac{\partial}{\partial x}\left(\lambda_i(t)\frac{\partial t}{\partial x}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(\lambda_i(t)\frac{\partial t}{\partial y}\right) + \frac{\partial}{\partial z}\left(\lambda_i(t)\frac{\partial t}{\partial z}\right) + q_{vi}(x, y, z, \tau), \quad x, y, z \in \Omega, \tau > 0, \quad (1)$$

Величина объемной плотности внутреннего источника теплоты определяется как

$$q_{vi}(x, y, z, \tau) = f\{Q_n^p, P_c(\tau), \Phi_{ит}, V\} \quad (2)$$

Начальные условия:

$$t(x, y, z) \Big|_{\tau=0} = t_{ni}, \quad (3)$$

Граничные условия при $\tau > 0$: на оси симметрии (граничные условия II рода)

$$\frac{\partial t}{\partial n} = 0, \quad (4)$$

на границах контакта с окружающей средой (граничные условия III рода)

$$-\lambda(t)\frac{\partial t}{\partial n} \Big|_{\Gamma} = \alpha_{эфф}(t - t_s), \quad (5)$$

на границах контакта между областями (граничные условия IV рода)

$$\begin{cases} t|_{\Gamma^-} = t|_{\Gamma^+}, \\ -\lambda_- \frac{\partial t}{\partial n}|_{\Gamma^-} = \lambda_+ \frac{\partial t}{\partial n}|_{\Gamma^+}. \end{cases} \quad (6)$$

В настоящей работе методика численного решения задачи (1)-(6) основана на прямом МГЭ с пошаговой по времени схемой расчета распределения температур [6,7]. Т.к. теория МГЭ построена на линейных уравнениях, то сначала разберем решение линейной задачи, а затем перейдем к рассмотрению нелинейной. Запишем линейный двумерный вариант уравнения (1) в виде

$$\frac{\partial t}{\partial \tau} = a_i \left[\frac{\partial^2 t}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial y^2} \right] + \frac{q_{vi}(x, y, \tau)}{c_{pi} \rho_i}, \quad x, y \in \Omega, \quad \tau > 0 \quad (7)$$

В уравнении (7) температура зависит как от координат, так и от времени. Поэтому дискретизация Ω производится соответственно по пространству и времени. Пространственная дискретизация включает в себя, кроме разбиения границы Ω на граничные элементы, также и триангуляцию внутренней части области. Триангуляция Ω необходима для учета влияния температуры на предыдущем временном уровне и влияния внутреннего источника теплоты на распределение температуры в последующий момент времени. Дискретизация по времени заключается в выборе шага интегрирования по времени $\Delta\tau$. Обычно используется постоянный шаг по времени $\Delta\tau = \text{const}$.

В качестве пространственных граничных элементов используются линейные элементы с двойными узлами при углах между элементами меньше 180° [5], а по времени - постоянные. При этом двойные узлы должны отстоять друг от друга на расстоянии 1-2 % от длины граничного элемента.

Граничное интегральное уравнение прямого МГЭ для (7) при граничных условиях I и II рода имеет вид [6]

$$c_\zeta t_\zeta(\tau_2) + a \int_{\tau_1}^{\tau_2} \int_{\Gamma} t(\tau) q^* d\Gamma d\tau = a \int_{\tau_1}^{\tau_2} \int_{\Gamma} q(\tau) t^* d\Gamma d\tau + a \int_{\tau_1}^{\tau_2} \int_{\Omega} q_v(\tau) t^* d\Omega d\tau + \int_{\Omega} t(\tau_1) t^* d\Omega, \quad (8)$$

В дискретной форме уравнение (8) имеет вид

$$\sum_{j=1}^N H_{ij} t_j^{k+1} = \sum_{j=1}^N \mathfrak{E}_{ij} q_j^{k+1} + B_i, \quad i = \overline{1, N}. \quad (9)$$

Выражения для коэффициентов H и \mathfrak{E} приведены в [6,7]. Вектор объемных сил (9) определяется суммарным влиянием температуры и внутреннего источника теплоты

$$B_i = B_{ii}^k + B_{qi}^{k+1/2}, \quad (10)$$

$$\text{где } B_{ii}^k = \int_{\Omega} t^k(x) t^* d\Omega(x) = \frac{1}{4\pi a \Delta\tau} \int_{\Omega} t^k(x) \exp\left[-\frac{r^2}{4a\Delta\tau}\right] d\Omega(x), \quad (11)$$

$$B_{qi}^{k+1/2} = \frac{1}{4\pi\lambda} \int_{\Omega} q_v^{k+1/2}(x) E_1(\beta) d\Omega(x). \quad (12)$$

При $\beta < 1$ E_1 вычисляется с помощью ряда [6], а при $\beta \geq 1$ - с помощью полинома [9].

При постоянных элементах по времени коэффициенты H и \mathfrak{E} несложно проинтегрировать по времени [6]. При $i = j$

$$H_{ii} = -\sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^N H_{ij} + \int_{\Omega} t^* d\Omega. \quad (13)$$

Для правильного представления плотностей тепловых потоков коэффициенты \mathfrak{E} необходимо разделить на теплопроводность, т.е.

$$G_{ij} = \frac{\mathfrak{E}_{ij}}{\lambda}, \quad i, j = \overline{1, N}. \quad (14)$$

В противном случае на границе вместо q будет определяться градиент температуры $\frac{\partial t}{\partial n}$.

При использовании линейных элементов по координате коэффициенты влияния в общем случае определяются как сумма двух составляющих величин (рис. 1)

Тогда можно записать, что

$$\begin{cases} H_{ij} = h_{ij}^1 + h_{ij}^2, & i \neq j, \\ G_{ij} = g_{ij}^1 + g_{ij}^2. \end{cases} \quad i, j = \overline{1, N} \quad (15)$$

В случае двойных узлов один из членов каждой суммы (15) отсутствует.

В соответствии с рис.1. направляющие косинусы к граничным элементам определяются по формулам

$$\begin{cases} n_{x(i)} = \frac{y_{i+1} - y_i}{\ell_i}, \\ n_{y(i)} = -\frac{x_{i+1} - x_i}{\ell_i}. \end{cases} \quad i, j = \overline{1, N} \quad (16)$$

Составные части коэффициентов влияния h^1, h^2 и g^1, g^2 (16) для линейных граничных элементов определяются по формулам

$$\begin{cases} h_{ij}^1 = \frac{1}{2\pi} \frac{\ell_{j-1}}{2} \int_{-1}^1 \frac{1+\eta}{2} \frac{d}{r^2} e^{-\beta} d\eta, \\ h_{ij}^2 = \frac{1}{2\pi} \frac{\ell_j}{2} \int_{-1}^1 \frac{1-\eta}{2} \frac{d}{r^2} e^{-\beta} d\eta, \end{cases} \quad (17)$$

$$\begin{cases} g_{ij}^1 = \frac{1}{4\pi\lambda} \frac{\ell_{j-1}}{2} \int_{-1}^1 \frac{1+\eta}{2} E_1(\beta) d\eta, \\ g_{ij}^2 = \frac{1}{4\pi\lambda} \frac{\ell_j}{2} \int_{-1}^1 \frac{1-\eta}{2} E_1(\beta) d\eta. \end{cases} \quad (18)$$

При вычислении h^1, h^2 (17) и g^1, g^2 (18) при $i \neq j$ обычно используется численное интегрирование по границе с помощью квадратурных формул Гаусса

$$\left\{ \begin{aligned} h_{ij}^1 &\approx \frac{1}{2\pi} \frac{\ell_{j-1}}{2} \sum_{k=1}^m \frac{1+\xi_k}{2} \frac{d_{ik}}{r_{ik}^2} \exp(-\beta_{ik}) \eta_k, \\ h_{ij}^2 &\approx \frac{1}{2\pi} \frac{\ell_j}{2} \sum_{k=1}^m \frac{1-\xi_k}{2} \frac{d_{ik}}{r_{ik}^2} \exp(-\beta_{ik}) \eta_k, \end{aligned} \right. \quad i, j = \overline{1, N}, \quad i \neq j, \quad (19)$$

$$\left\{ \begin{aligned} g_{ij}^1 &\approx \frac{1}{4\pi\lambda} \frac{\ell_{j-1}}{2} \sum_{k=1}^m \frac{1+\xi_k}{2} E_1(\beta_{ik}) \eta_k, \\ g_{ij}^2 &\approx \frac{1}{4\pi\lambda} \frac{\ell_j}{2} \sum_{k=1}^m \frac{1-\xi_k}{2} E_1(\beta_{ik}) \eta_k, \end{aligned} \right. \quad i, j = \overline{1, N}, \quad i \neq j, \quad (20)$$

где $d_{ik} = (x_i - x_k)n_{x(j)} + (y_i - y_k)n_{y(j)}$, $r_{ik} = \sqrt{(x_i - x_k)^2 + (y_i - y_k)^2}$, $\beta_{ik} = \frac{r_{ik}^2}{4a\Delta\tau}$,

$$\left\{ \begin{aligned} x_k &= x_j + \frac{\ell_j}{2} (1 - \xi_k) |n_{y(j)}| \operatorname{sgn}(x_{j+1} - x_j), \\ y_k &= y_j + \frac{\ell_j}{2} (1 - \xi_k) |n_{x(j)}| \operatorname{sgn}(y_{j+1} - y_j), \end{aligned} \right.$$

$$\operatorname{sgn}(x_{j+1} - x_j) = \begin{cases} 1, & x_{j+1} \geq x_j \\ -1, & x_{j+1} < x_j \end{cases}; \quad \operatorname{sgn}(y_{j+1} - y_j) = \begin{cases} 1, & y_{j+1} \geq y_j \\ -1, & y_{j+1} < y_j \end{cases}.$$

При $i = j$, G_{ii} становится сингулярным и поэтому для избежания ошибок численного интегрирования этот коэффициент по его составляющим (15), (18) необходимо определять аналитически. Для линейных элементов по координате имеем

$$\left\{ \begin{aligned} g_{ii}^1 &= \frac{\ell_{i-1}}{8\pi\lambda} \left[3 - 2C - 2 \ln 2 - \ln \gamma_{i-1} + \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{\gamma_{i-1}^n}{n \times n!} 2^{2n+1} \left(\frac{1}{2n+1} - \frac{1}{2n+2} \right) \right], \\ g_{ii}^2 &= \frac{\ell_i}{8\pi\lambda} \left[3 - 2C - 2 \ln 2 - \ln \gamma_i + \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{\gamma_i^n}{n \times n!} 2^{2n+1} \left(\frac{1}{2n+1} - \frac{1}{2n+2} \right) \right]. \end{aligned} \right. \quad (21)$$

Векторы объемных сил B_{ii}^k и B_{qi}^{k+1} определяются путем численного интегрирования по треугольникам [6,7], на которые разбита область или подобласть Ω

$$B_{ii}^k \approx \frac{1}{4\pi a \Delta \tau} \sum_{j=1}^K |J|_j \sum_{\ell=1}^m t_{j\ell}^k \exp \left[-\frac{r_{ij\ell}^2}{4a\Delta\tau} \right] w_{\ell} / 2, \quad (22)$$

$$B_{qi}^{k+1/2} \approx \frac{1}{4\pi\lambda} \sum_{j=1}^K |J|_j \sum_{\ell=1}^m q_{v(j\ell)}^{k+1/2} E_1 \left[\frac{r_{ij\ell}^2}{4a\Delta\tau} \right] w_{\ell} / 2. \quad (23)$$

Второе слагаемое (13) вычисляется аналогично (22), (23)

$$\int_{\Omega} t^* d\Omega \approx \frac{1}{4\pi a \Delta \tau} \sum_{j=1}^K |J|_j \sum_{\ell=1}^m \exp \left[-\frac{r_{ij\ell}^2}{4a\Delta\tau} \right] w_{\ell} / 2. \quad (24)$$

При решении нестационарных задач шаг интегрирования по времени должен определяться из соотношения [10]

$$\Delta\tau \sim \frac{r_i^2}{4a}. \quad (25)$$

После расчета всех коэффициентов по (13)-(24) для каждого из элементов (подобластей) конструкции электролизера можно записать СЛАУ в

соответствии с граничными условиями. При граничных условиях (4)-(6) СЛАУ в векторной форме записи будет иметь вид

$$\begin{cases} \mathbf{H}t = \mathbf{G}q + \mathbf{B}, \\ (\mathbf{H} + \mathbf{G}\alpha_{\text{эфф}})t = \mathbf{G}\alpha_{\text{эфф}}t_{\text{с}} + \mathbf{B}, \\ \mathbf{H}t - \mathbf{G}q = \mathbf{B}. \end{cases} \quad (26)$$

В общем случае для сопряженной области, состоящей из множества подобластей с различными, однородными свойствами, матрица (26) будет не полностью заполненной, т.е. разреженной. Поэтому при решении СЛАУ вида (26) необходимо использовать либо блочные [7], либо ленточные матрицы [11].

После решения системы (26) определяются температуры в каждой из подобластей

$$t_i^{k+1} = \sum_{j=1}^N G_{ij} q_j^{k+1} - \sum_{j=1}^N H_{ij} t_j^{k+1} + B_i, \quad i = \overline{1, M}, \quad (27)$$

Коэффициенты G , H и B вычисляются по тем же формулам, что и для граничной задачи (14), (15), (18)-(23). При этом источниками являются узлы внутри подобластей.

Расчет q_{xi} , q_{yi} на границах подобластей выполняется по формулам

$$\begin{cases} q_{xi}^{k+1} = -\lambda \frac{\partial t}{\partial x} = -q_{i+1}^{k+1} n_x + \frac{t_{i+1}^{k+1} - t_i^{k+1}}{\ell_i} \lambda n_y, \\ q_{yi}^{k+1} = -\lambda \frac{\partial t}{\partial y} = -q_{i+1}^{k+1} n_y - \frac{t_{i+1}^{k+1} - t_i^{k+1}}{\ell_i} \lambda n_x. \end{cases} \quad i = \overline{1, N} \quad (28)$$

На этом рассмотрение решения линейной задачи закончено. В литературных источниках по МГЭ [6-8,10] для решения нелинейных задач применяется преобразование Кирхгофа, с помощью которого нелинейная задача приводится к линейной относительно некоторого линейного потенциала φ . Для получения решения в виде распределения температур необходимо выполнить обратное преобразование. При решении нестационарных задач, в отличие от стационарных, описанная процедура является достаточно сложной. Поэтому в настоящей работе предлагается другой приближенный подход, основанный на решении для каждого шага интегрирования по времени линеаризованного уравнения (7). Суть этой методики заключается в расчете на каждом временном уровне средней температуры каждой подобласти и вычислении по этой температуре средних значений теплофизических свойств

$$\begin{cases} a = \psi_1(t_{cp}), \\ \lambda = \psi_2(t_{cp}). \end{cases} \quad (29)$$

Такой приближенный подход позволяет использовать вышеописанную методику численного решения линейной задачи для решения условно нелинейной.

По предложенной методике разработано универсальное программное обеспечение для расчета температурных полей и основных показателей при

пламенном обжиге электролизеров с самообжигающимися анодами различных типов.

Разработанное программное обеспечение позволяет выполнять следующие операции:

- ввод/вывод исходных данных, просмотр результатов расчетов;
- расчет теплового состояния электролизера при регулировании обжига путем изменения либо расхода газа, либо количества работающих горелок;
- расчет (прогноз) температурных полей и энергетических показателей различных конструкций электролизеров в различные периоды обжига по заданному регламенту: графику временного изменения расхода топлива, длительности обжига и т.д.;
- определение временного расхода топлива обжига по заданному графику подъема температуры подины (обратная задача).

Тестирование расчетного модуля программного обеспечения выполнялось путем сопоставления результатов расчетов с аналитическим решением для линейной задачи при граничных условиях I, II и III родов [12]. Максимальная величина расхождения между численным и аналитическим решениями находится в пределах $\sim 1,0-1,5\%$ при отнесении абсолютного значения расхождения к максимальной температуре процесса.

При определении показателей обжига необходимо вначале выполнить расчеты распределения температурных полей в центральном поперечном сечении электролизера в различные моменты времени, а затем на основании полученных данных рассчитать основные интегральные показатели процесса обжига подины. Для проведения таких расчетов и сопоставления их результатов с соответствующими экспериментальными данными выбран электролизер с самообжигающимся анодом с верхним токоподводом рамношпангоутного типа. При выполнении расчетов выделялось IV периода обжига, отличающихся между собой различным расходом газа. Характеристики обжига по периодам приведены в табл. 1.

Результаты расчетов и данные натуральных экспериментов при регулировании обжига путем изменения количества включенных горелок приведены: на рис. 2 - по распределению температур на конец обжига; на рис. 3 и в табл. 2 - по средним температурам подины.

Анализ проведенного сопоставления показывает, что результаты расчета температурных полей и основных показателей пламенного обжига электролизера согласуются с экспериментальными данными. Представленное программное обеспечение может быть использовано в практических расчетах:

- для прогноза показателей пламенного обжига по заданным основным исходным параметрам (регламенту): длительности обжига, вида топлива, общего расхода топлива или расхода топлива по периодам обжига, способа регулирования, геометрическим размерам электролизера и т.д.;

- для определения новых регламентов пламенного обжига по заданному графику подъема средних температур подины.

Литература

1. Злобин В.С., Крюковский В.А., Потылицин Г.А. и др. Моделирование обжига подины алюминиевых электролизеров // Цветные металлы. 1990. №11. С.60-63.
2. Багаев Б.М., Злобин В.С., Тихомиров В.Н. и др. Оптимизация нагрева подины алюминиевого электролизера топочными газами // Цветные металлы. 1997. №9. С.66-68.
3. Багаев Б.М., Багаева А.П., Злобин В.С. и др. Влияние углеродистых материалов на формирование температурного поля подины// Цветные металлы. 2000. №2. С.56-59.
4. Захаров Н.В., Харченко В.Г., Овчинников А.В. Основы построения математической модели для анализа и выбора параметров обжига и пуска электролизера // Цветные металлы. 1991. №2. С.37-40.
5. Е.Н.Панов, Г.Н.Васильченко, С.В.Даниленко, А.Я.Карвацкий, И.Л.Шилович, М.Ф.Боженко. Тепловые процессы в электролизерах и миксерах алюминиевого производства/ Под общ.ред. Б.С. Громова.- М.: Издательский дом "Руда и металлы", 1998. - 256с.
6. Бреббия К., Теллес Ж., Вробел Л. Методы граничных элементов/ Пер. с англ. - М: Мир, 1987, - 524с.
7. Бенерджи П., Баттерфильд Р. Метод граничных элементов в прикладных науках/ Пер. с англ. - М: Мир, 1984. - 494 с.
8. Карвацкий А.Я. Використання методу граничних елементів для розв'язання осесиметричних стаціонарних задач теплопровідності // Наукові вісті НТУУ "КПІ". - 1999. - №1. - С. 83-87.
9. Справочник по специальным функциям / Под. ред. М.Абрамовица, И.Стиган. - М.: Наука, 1979. - 830 с.
10. Brebbia C.A., Nowak A.J. Solving Heat Transfer Problems by the Dual Reciprocity BEM / In book: Boundary Element Methods in Heat Transfer / Ed: L.C. Wrobel, C.A. Brebbia - London & New York: CMP Southampton Boston & Elsevier Applied Science, 1992. - 294 p.
11. Тьюарсон Р. Разреженные матрицы / Пер. с англ. - М: Мир, 1977, - 190с.
12. Исаченко В.П., Осипова В.А., Сукомел А.С. Теплопередача / Учебн. для вузов. - М.: Энергоиздат, 1981. - 416с.

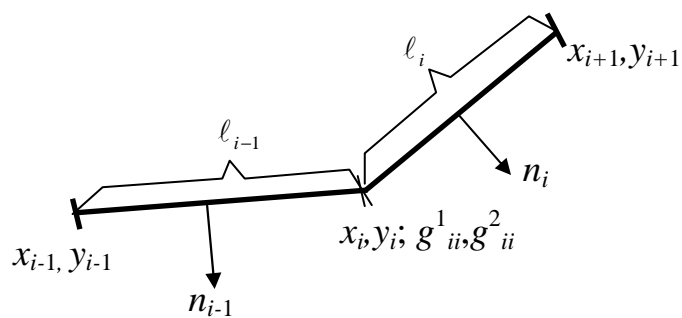
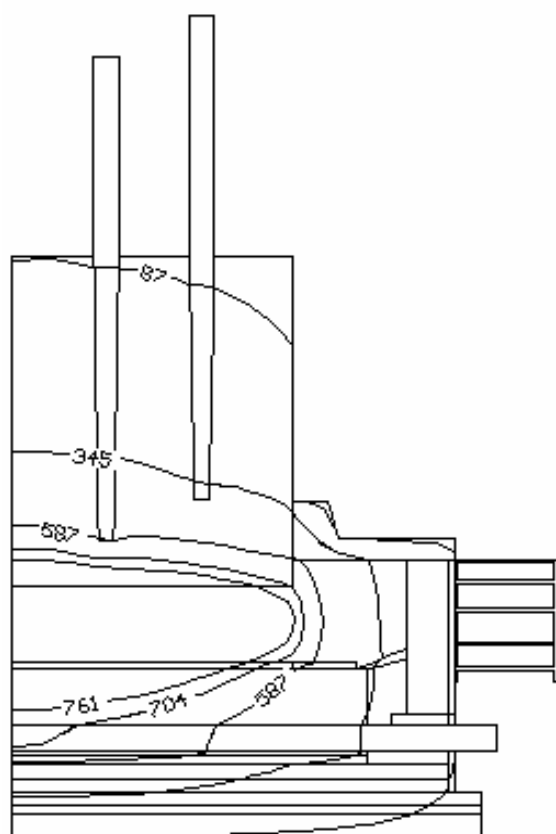
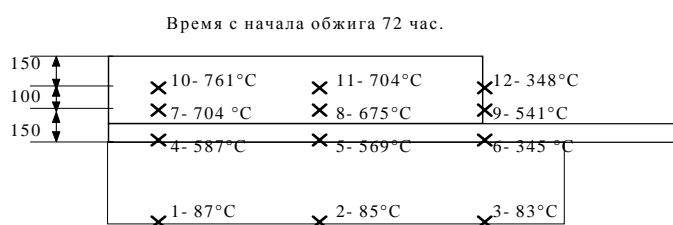


Рис. 1. Схема линейных граничных элементов части границы области Ω .

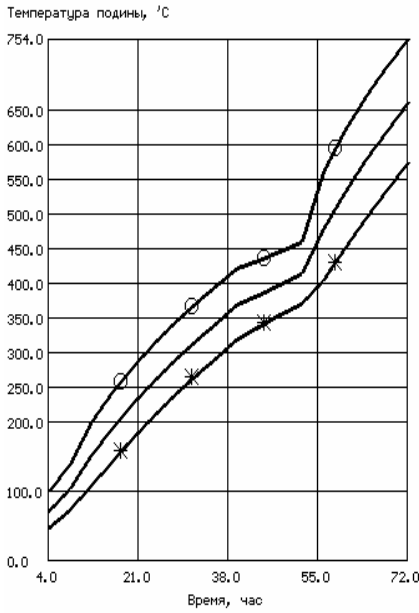


а) расчет



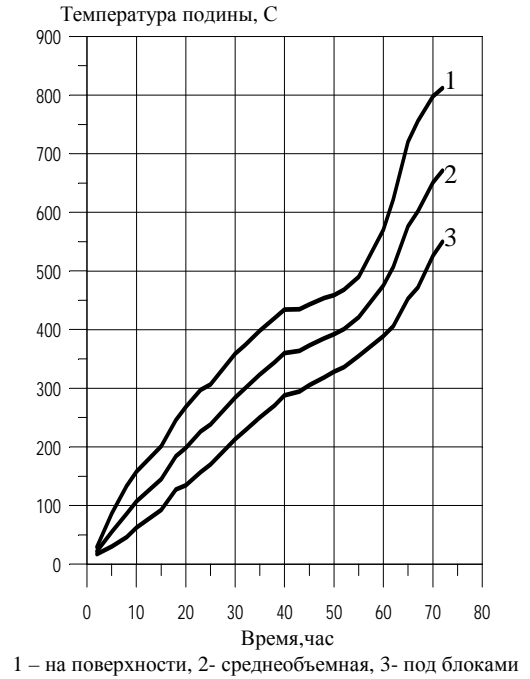
б) эксперимент

Рис. 2. Расчетные и экспериментальные значения распределения температур на конец обжига (72 ч) рамно-шпангоутного электролизера на силу тока 130 кА.



ПЛАМЕННЫЙ ОБЖИГ
 Тип электролизера : N 1
 Общее время обжига : 72 час
 Макс. количество горелок : 12
 Количество периодов обжига : 4
 Общий расход топлива : 3927 кг
 в 1-н периоде : 34,0885 кг/ч - 8 ч
 кол-во горелок - 5шт.;
 во 2-н периоде : 47,724 кг/ч - 32 ч
 кол-во горелок - 7шт.;
 в 3-н периоде : 40,9062 кг/ч - 12 ч
 кол-во горелок - 6шт.;
 в 4-н периоде : 81,8125 кг/ч - 20 ч
 кол-во горелок - 12шт.

— среднеобъемная
 ○ на поверхности
 * под блоками



а) расчет

б) эксперимент

Рис. 3. Расчетные и экспериментальные значения временного изменения средних температур подины при обжиге рамно-шпангоутного электролизера на силу тока 130 кА.

Характеристики пламенного обжига электролизера

Таблица 1

Период обжига	$\tau_1 - \tau_2$, ч	$\tau_{п}$, ч	$n_{г}$, шт.	$P_{ч}$, кг/ч/%	$P_{г}$, кг/ч
I	0-8	8	5	34,09/41,7	6,818
II	8-40	32	7	47,72/58,3	6,818
III	40-52	12	6	40,91/50,0	6,818
IV	52-72	20	12	81,81/100	6,818

Сопоставительная таблица результатов расчета с экспериментальными данными по средним температурам подины на конец пламенного обжига электролизера

Таблица 2

\bar{t}_n , °C расчет/эксперимент	\bar{t}_o , °C расчет/эксперимент	\bar{t} , °C расчет/эксперимент
754/812 ($\Delta t = -58$; 7,1%)	574/550 ($\Delta t = +24$; 4,4%)	661/671 ($\Delta t = -10$; 1,5%)

Список условных обозначений

$a = \frac{\lambda}{c_p \rho}$ - температуропроводность, м²/с;

V_i - суммарный вектор объемных сил;

B_{ii}^k - вектор объемных сил, обусловленный влиянием температуры, в момент времени τ_k ;

$B_{qi}^{k+1/2}$ - вектор объемных сил, обусловленный влиянием внутреннего источника теплоты, в момент времени $\tau_{k+1/2}$;

C - постоянная Эйлера;

c_p - удельная изобарная теплоемкость, Дж/(кг·К) ;

c_ζ - коэффициент, зависящий от вида граничного элемента Ур. (8) ;

$E_1(\beta) = \int_{\beta}^{\infty} \frac{e^{-x}}{x} dx$ - интегральная показательная функция;

f - функция Ур. (2) ;

\mathfrak{E} - коэффициенты влияния для плотности теплового потока;

g^1, g^2 - составляющие коэффициента влияния \mathfrak{E} ;

H - коэффициент влияния для температуры;

h^1, h^2 - составляющие коэффициента влияния H ;

$|J|$ - якобиан перехода от косоугольной системы координат к прямоугольной;

K - количество треугольников в области (подобласти) Ω ;

$l_i = \sqrt{(x_{i+1} - x_i)^2 + (y_{i+1} - y_i)^2}$ - длина линейного граничного элемента, м;

M - количество внутренних узлов в области (подобласти) Ω ;

m - количество узлов квадратурной формулы Гауса, Наммера;

N - количество граничных узлов в области (подобласти) Ω ;

n - внешняя нормаль к поверхности;

n_x, n_y - направляющие косинусы;

n_r - количество включенных горелок;

P_r - часовой расход топлива на одну горелку, кг/ч;

P_c - расход топлива, кг/с;

P_q - общий часовой расход топлива за период, кг/ч;

Q_n^p - низшая рабочая теплотворная способность топлива, Дж/кг;

q^* - нормальная производная от t^* ;

q_v - объемная плотность внутреннего источника теплоты, Вт/м³;

$q_v^{k+1/2}$ - внутренний источник теплоты в момент времени $\tau_{k+1/2}$, Вт/м³;

r - расстояние между источником и узлом, м;

t - температура, °С;

t^* - фундаментальное сингулярное решение Ур. (7) ;

$t(\tau_1)$ - распределение температур на нижнем временном уровне τ_1 ;

$\bar{t}, \bar{t}_n, \bar{t}_\sigma$ - средние температуры по объему и поверхности подины, под подовыми блоками;

V - объем пространства между анодом и катодом, м³;

w - вес квадратурной формулы Наммера;

x, y, z - координаты, м;

$\alpha_{эфф}$ - эффективный коэффициент теплоотдачи, учитывающий конвекцию и излучение, Вт/(м²·К);

$\beta = \frac{r^2}{4a\Delta\tau}$ - безразмерный комплекс Ур. (12), (17)-(20) ;

Δt - разность температур, °С;

$\Delta\tau = \tau_2 - \tau_1$, ($\tau_2 > \tau_1$) - шаг интегрирования по времени, с;

$\phi_{ит}$ - коэффициент использования топлива;

Γ - граница области (подобласти) Ω ;

$\gamma_i = \frac{\ell_i^2}{16a\Delta\tau} \leq 1$ - безразмерный комплекс Ур. (21) ;

η - вес квадратурной формулы Гаусса;

λ - теплопроводность, Вт/(м·К) ;

ρ - плотность, кг/м³;

Ω - область (подобласть);

τ - время, с;

τ_1, τ_2 - нижний и верхний временные уровни, с;

$\tau_{k+1/2} = \tau_k + \frac{\tau_k + \tau_{k+1}}{2}$ - промежуточное время, с;

$\tau_{п}$ - длительность периода обжига, ч;

ψ_1, ψ_2 - функции Ур. (29);

ξ - узел квадратурной формулы Гаусса;

Индексы верхние:

* - фундаментальное решение;

+ - справа от границы Γ ;

- - слева от границы Γ ;

k - номер шага интегрирования по времени;

Индексы нижние:

i - номер области (элемента конструкции) Ур. (1), (7), (10)-(12);

v - объем;

ζ - источник;

b - подовый блок;

v - воздух;

n - начальные условия;

n - поверхность подины;

$ср$ - средняя величина;

$эфф$ - эффективный;

Другие символы:

$\frac{\partial()}{\partial n}$ - нормальная производная;

Сокращенные названия:

МКР – метод конечных разностей;

МГЭ – метод граничных элементов;

МКЭ – метод конечных элементов;

СЛАУ – система линейных алгебраических уравнений.