

МОДЕЛІ СКЛАДНОГО ТЕПЛООБМІНУ ДЛЯ ЕНЕРГОЕФЕКТИВНОГО ВИРОЩУВАННЯ ЯКІСНИХ ОПТИЧНИХ КРИСТАЛІВ

Дешко В.І., д.т.н., проф., Карвацький А.Я., к.т.н., с.н.с., Лохманець Ю.В., аспірант.

Національний технічний університет України «КПІ»,

Інститут енергозбереження та енергоменеджменту

Поштова адреса: 03056, м.Київ, пр. Перемоги, 37

E-mail: te@iee.ntu-kpi.kiev.ua, anton@rst.kiev.ua

Анотація. Розглядаються глобальні моделі складного радіаційно-кондуктивного та радіаційно-конвективного теплообміну в установках з вирощування напівпрозорих кристалів з розплаву, їх застосування для оптимізації та оперативного керування процесами кристалізації з метою покращення якості отримуваних оптичних кристалів та зниження питомих витрат електроенергії. Призначення чисельної моделі та метод вирощування визначають складність моделі і, швидкість розрахунку та точність отримуваних результатів.

Ключові слова: оптичні кристали, складний теплообмін, випромінювання, чисельне моделювання.

Вступ. Виробництво (вирощування) монокристалічних структур по питомим показникам є однією з найбільш енергоємних галузей промисловості. При вирощуванні монокристалів витрати електроенергії сильно залежать від матеріалу кристалів та методу їх вирощування і для скінтіляційних матеріалів, наприклад германату вісмуту ($\text{Bi}_4\text{Ge}_3\text{O}_{12}$) та йодистого цезію (CsI), можуть сягати 6000...8000 кВт·год/т. У випадках, коли одержані кристали частково не задовольняють заданим суворим стандартам якості їх внутрішньої структури, питомі витрати електроенергії відповідно додатково зростають. У зв'язку з цим, актуальною є задача одержання кристалів гарантованої якості шляхом модернізації методів та технологій вирощування діючих установок з одночасним підвищенням їхньої енергетичної ефективності, а також розробка нових енергоефективних печей-кристалізаторів та методів вирощування, що дозволяють проводити оперативний контроль та, при необхідності, корекцію процесу росту.

Сучасним ефективним та економічним методом досліджень є чисельне моделювання. Розвиток досліджень в області чисельного моделювання процесів складного теплообміну тісно пов'язаний з виробництвом та обробкою напівпрозорих матеріалів при високих температурах. Вдосконалення існуючих та розробка нових методів вирощування якісних напівпрозорих кристалів є неможливим без детального вивчення теплообміну при направленій кристалізації. Існує велика кількість достатньо складних моделей теплообміну про рості кристалів з розплаву, у яких розплаву розглядається як непрозоре середовище [1], а у кристалі розглядається радіаційно-кондуктивний теплообмін [2,3]. У ряді випадків, наприклад при кристалізації галогенідів, необхідно також враховувати прозорість розплаву.

Для вивчення закономірностей перебігу процесів кристалізації та ступеня впливу на них різних факторів доцільно використовувати локальну чисельну модель, розрахункова область якої обмежена областями кристала та розплаву, розділеними рухомим фронтом кристалізації [4]. Однак, для дослідження процесів у реальних кристалізаційних

установках необхідно використовувати так звану глобальну чисельну модель, розрахункова область якої включає також усі інші основні елементи установок: тигель, нагрівачі, теплову ізоляцію і т.д.

Можливості безпосереднього вимірювання параметрів процесу кристалізації, що впливають на якість монокристалу (таких як температурні поля та їх градієнти, швидкість переміщення фронту кристалізації і т.п.), є зазвичай дуже обмеженими, в цьому випадку надати необхідну інформацію можуть розрахунки на базі чисельної моделі процесів теплообміну кристалізатора, які виконуються паралельно з процесом росту в режимі реального часу. Використання таких чисельних моделей, окрім можливості отримання будь-яких параметрів процесу, дозволяє виконувати оперативне керування процесом та його корекцію з метою оптимізації параметрів росту для забезпечення кращої якості монокристала та зниження енергоспоживання установки. Крім того, стає можливим своєчасне виявлення таких параметрів процесу, що призводять до неприйнятних дефектів у структурі кристалу, в цьому випадку доцільно передчасно зупинити цей процес, що може зекономити значну кількість енергії (оскільки тривалість процесу росту може вимірюватись днями або навіть тижнями). Особливо актуальною така можливість є при відпрацюванні нових режимів роботи кристалізатора.

Загальне математичне формулювання задачі.

Розглядається задача радіаційно-конвективного теплообміну в кристалізаційній установці. у двовимірній осесиметричній постановці. Модель фізичних полів в кристалізаторі включає у себе наступні рівняння: енергії з урахуванням складного теплообміну, Нав'є-Стокса і радіаційного теплопереносу в поглинаючому і випромінюючому середовищі.

Рівняння енергії:

$$c_p(T) \left[\frac{\partial(\rho T)}{\partial \tau} + \frac{1}{r} \frac{\partial(r \rho v_r T)}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial(r \rho v_z T)}{\partial z} \right] = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[\lambda(T) r \frac{\partial T}{\partial r} \right] + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial z} \left[r \lambda(T) \frac{\partial T}{\partial z} \right] + E(X) + q_r(X) \quad (1)$$

Рівняння Нав'є-Стокса (руху і нерозривності):

$$\frac{\partial(\rho v_r)}{\partial \tau} + \frac{1}{r} \frac{\partial(r \rho v_r v_r)}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial(r \rho v_r v_z)}{\partial z} =$$

$$= -\frac{\partial P}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[r \mu \left(2 \frac{\partial v_r}{\partial r} - \frac{2}{3} (\nabla \cdot \mathbf{V}) \right) \right] - 2 \mu \frac{v_r}{r^2} + \quad (2)$$

$$+ \frac{2}{3} \frac{\mu}{r} (\nabla \cdot \mathbf{V}) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial z} \left[r \mu \left(\frac{\partial v_r}{\partial z} + \frac{\partial v_z}{\partial r} \right) \right] + \rho \frac{w^2}{r}$$

$$\frac{\partial(\rho v_z)}{\partial \tau} + \frac{1}{r} \frac{\partial(r \rho v_r v_z)}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial(r \rho v_z v_z)}{\partial z} = \rho g_z - \frac{\partial P}{\partial z} +$$

$$+ \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[r \mu \left(\frac{\partial v_z}{\partial r} + \frac{\partial v_r}{\partial z} \right) \right] + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial z} \left[r \mu \left(2 \frac{\partial v_z}{\partial z} - \frac{2}{3} (\nabla \cdot \mathbf{V}) \right) \right] \quad (3)$$

$$\frac{\partial(\rho w)}{\partial \tau} + \frac{1}{r} \frac{\partial(r \rho v_r w)}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial(r \rho v_z w)}{\partial z} =$$

$$= \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left[r^3 \mu \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{w}{r} \right) \right] + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial z} \left(r \mu \frac{\partial w}{\partial z} \right) - \rho \frac{v_r w}{r} \quad (4)$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial \tau} + \frac{\partial(\rho v_r)}{\partial r} + \frac{\rho v_r}{r} + \frac{\partial(\rho v_z)}{\partial z} = 0 \quad (5)$$

де c_p – питома ізобарна теплоємність, Дж/(кг·К); ρ – густина, кг/м³; λ – теплопровідність, Вт/(м·К); T – температура, К; τ – час, с; r і z – радіус та апліката, м; $V = (v_r, v_z)$ – проекції швидкості на осі Or и Oz , м/с; $\nabla \cdot \mathbf{V} = \frac{\partial v_r}{\partial r} + \frac{v_r}{r} + \frac{\partial v_z}{\partial z}$ – градієнт швидкості, с⁻¹; $w = 2\pi f$ – швидкість обертання, м/с; f – частота обертання тигля або кристала, с⁻¹; μ – коефіцієнт динамічної в'язкості, кг/(м·с); P – тиск, Па; $q_v(X)$ – об'ємна щільність внутрішніх джерел теплоти, Вт/м³; $E(X)$ – об'ємна інтегральна щільність випромінювання (дивергенція вектора щільності інтегрального радіаційного потоку), Вт/м³, визначається із рівняння:

$$E(X) = \int_0^\infty k_v \left(4\pi n_v^2 I_{0v} - \int_{\Omega=4\pi} I_v(\Omega) d\Omega \right) dv \quad (6)$$

де k_v – спектральний коефіцієнт поглинання, м⁻¹; n_v – спектральний показник заломлення; I_{0v} – інтенсивність випромінювання абсолютно чорного тіла відповідно до функції Планка; I_v – спектральна інтенсивність падаючого випромінювання як характеристика передачі випромінювання з частотою v у напрямку \mathbf{s} просторового кута Ω , який залежить від поглинання, розподілу температури і ефективного випромінювання на границі; $X = (x, y, z)$ – декартові координати точки, для якої записується рівняння. Поле випромінювання в поглинаючому і випромінюючому середовищі задається спектральною інтенсивністю випромінювання, яка може бути описана наступним рівнянням переносу:

$$\nabla \cdot [I_v(X, \mathbf{s}) \mathbf{s}] + k_v \cdot I_v(X, \mathbf{s}) = k_v \cdot n_v^2 \cdot I_{0v} \quad (7)$$

Для замикання системи диференційних рівнянь (1-5) з урахуванням (6-7) необхідно записати необхідні початкові та граничні умови (ГУ):

Початкові умови при $\tau = 0$:

$$\begin{cases} T(r, z) = T_0 \\ \mathbf{V}(r, z) = 0 \end{cases} \quad (8)$$

Положення границі розподілу фаз (кристал-розплав):

$$\Gamma_{S-L}|_{\tau=0} = f(r, z) \quad (9)$$

ГУ при $\tau > 0$:

1) на зовнішніх поверхнях кристалізаційної установки – ГУ III роду:

$$\mathbf{n} \cdot (-\lambda(T) \nabla T) = \alpha_{ef} (T - T_d) \quad (10)$$

2) на осі – умови симетрії:

$$\frac{\partial T}{\partial r} = 0 \quad (11)$$

3) на границях між елементами конструкції:

$$\begin{cases} \{T\} = 0 \\ \{\mathbf{n} \cdot (-\lambda(T) \nabla T) - q_r\} = 0 \end{cases} \quad (12)$$

де q_r – щільність результуючого радіаційного теплового потоку, Вт/м²;

4) на границях контакту між рідиною і твердими елементами конструкції (умови прилипання):

$$\mathbf{V} = 0 \quad (13)$$

5) на вільних границях рідина-газ (термокапілярна конвекція, або умови Марангоні):

$$\begin{cases} \mathbf{n} \cdot \tau|_L = \mathbf{n} \cdot \tau|_g + \frac{d\sigma_{ST}}{dT} \nabla T \\ \tau = \mu(\nabla \mathbf{V} + \nabla \mathbf{V}^T) \end{cases} \quad (14)$$

де σ_{ST} – сила поверхневого натягу, Н/м; τ – тензор напружень; Па; L і g – відповідно відноситься до рідини і газу;

6) умови Стефана на напівпрозорій міжфазній границі з постійною температурою фазового переходу:

$$\begin{cases} T|_S = T|_L = T_m \\ \{\mathbf{n} \cdot (-\lambda(T) \nabla T) - q_r\} = \rho_s L_f \frac{\partial \mathbf{n}}{\partial \tau} \end{cases} \quad (15)$$

де T_m – рівноважна температура кристалізації, К; L_f – питома теплота кристалізації, Дж/кг; ρ_s – густина кристала, кг/м³.

Додатково до цих граничних умов записуються також граничні умови для теплових потоків, що передаються випромінюванням, для всіх непрозорих та напівпрозорих границь.

Розглянута система диференційних рівнянь спільно з початковими та граничними умовами є повним математичним формулюванням задачі кристалізації в умовах радіаційно-конвективного теплообміну при осесиметричній геометрії кристалізатора, що є характерним для більшості установок. В залежності від призначення моделі та методу кристалізації можливі різні варіанти її чисельної реалізації та спрощення шляхом нехтування певними особливостями, вплив яких є несуттєвим у даних умовах або може бути врахований спрощено. Розглянемо декілька прикладів розроблених глобальних чисельних моделей складного теплообміну для різних методів кристалізації, спрощена постановка та реалізація яких збільшує оперативність їх використання.

Модель радіаційно-кондуктивного теплообміну для методу осевого теплового потоку з фронту кристалізації (ОТФ) [5]. Модель була розроблена для чисельного розв'язання за допомогою стандартного програмного забезпечення та призначена для оперативного контролю процесу росту. Для методу ОТФ характерним є підведення теплоти зверху розплаву, тому конвективні потоки в розплаві подавляються та ними можна знехтувати, що значно спрощує модель. Для врахування радіаційної складової в частково прозорих матеріалах (ЧПМ) у моделі використана ефективна теплопровідність ЧПМ, як розрахункова величина, що характеризує властивості теплопереносу в матеріалі шляхом кондуктивності і випромінювання. У повітряних проміжках розглядається лише радіаційний теплообмін між сірими дифузійними поверхнями. Для відкритих поверхонь елементів з ЧПМ також використовуються ефективні коефіцієнти тепловіддачі для врахування радіаційного потоку. Значення ефективних коефіцієнтів теплопровідності і тепловіддачі визначаються спеціальним розрахунком, виконаним за допомогою точної моделі радіаційно-кондуктивного теплообміну (РКТ) для системи кристал-розплав.

Схема модельованої установки в масштабі представлена на Рис. 1,а. Модель осесиметрична, тому показано тільки права частина повздовжнього розрізу.

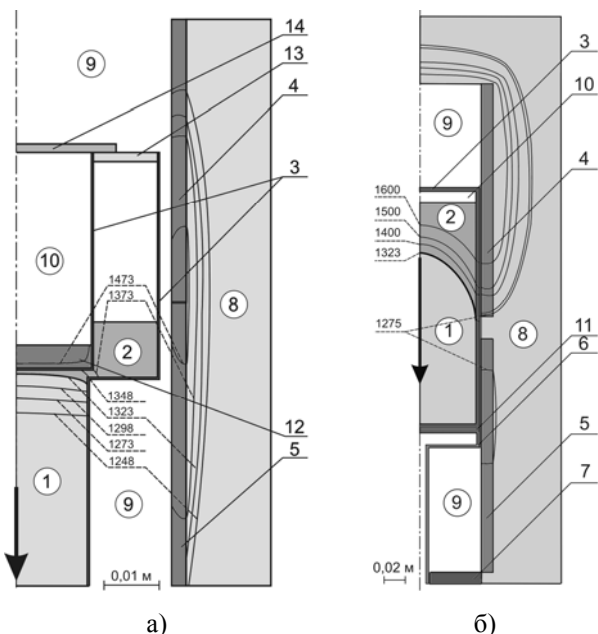


Рис.1. Схема глобальної моделі кристалізаційної установки за методом ОТФ (а) і методом Бріджмена (б). 1 - кристал; 2- розплав; 3 - тигель; 4,5 - нагрівачі бічні верхній і нижній; 6 - водоохолоджуваний шток; 7 - екран; 8 - теплоізоляція; 9, 10 - діатермічні порожнини; 11 - теплоізолююча прокладка; 12 - ОТФ-нагрівач; 13,14 - кришки над розплавом і над ОТФ-нагрівачем

На рисунку позначений також ряд ізотерм, отриманих з результатів розрахунку. Модель передбачає квазістаціонарний розрахунок для різних стадій процесу кристалізації (для різних довжин вирощеного

кристала) і може бути використана для попереднього вибору і оптимізації закону зміни потужностей нагрівачів в часі з метою підвищення якості кристала і зниження енергоспоживання.

Подібні чисельні моделі можуть бути використані при виборі параметрів ростової установки, проте значення ефективних коефіцієнтів теплопровідності і тепловіддачі залежать від висоти кристала і для їх точного визначення необхідно кожного разу вирішувати задачу РКТ, що значно ускладнює розрахунок.

Модель радіаційно-кондуктивного теплообміну для методу Бріджмена [5]. Багато стандартних програмних пакетів, призначених для теплових розрахунків, здатні розраховувати радіаційний теплообмін лише в діатермічних порожнинах, але не в кондуктивних елементах. Для подолання цієї проблеми можна використовувати 2 підходи: 1) нехтуючи теплопровідністю кристала, розраховувати його як діатермічну замкнуту порожнину з радіаційним теплообміном в ній; 2) виконувати розрахунок випромінювання в кристалі окремо від кондуктивного розрахунку глобальної моделі, та спрягати результати обох розрахунків. Перевагою першого підходу є простота і можливість врахування прозорих границь кристал-діатермічна порожнина, але при цьому для прийнятної точності розрахунку вплив теплопровідності на теплообмін в порівнянні з радіацією має бути достатньо малим, щоб їм можна було нехтувати, кристал повинен мати малий коефіцієнт поглинання, крім того, в цьому випадку неможливо отримати уявлення про розподіл температур в кристалі. Такий підхід є прийнятним для методу ОТФ з прозорою нижньою границею кристалу. Другий підхід більш точний, але розрахунок є значно складнішим, оскільки спряжені радіаційного і кондуктивного розрахунків виконується ітеративно шляхом послідовних наблизень

Ще одним недоліком багатьох програмних пакетів є складність реалізації рухомої міжфазної межі, положення якої визначається температурними полями в системі. Для вирішення цієї проблеми можна застосовувати або згладжування теплофізичних параметрів в інтервалі навколо температури кристалізації, або динамічну перебудову границі. Перший підхід, застосований для моделі методу ОТФ, приводить до додаткових похибок, а другий вимагає ітеративних розрахунків для кожного нового положення границі, що збільшує час розрахунку.

При виконанні розрахунків за допомогою розробленої осесиметричної глобальної моделі, використаний другий підхід. Модель кристалізатора згідно методу Бріджмена, що зображена на Рис.1,б, передбачає динамічну ітераційну перебудову фронту кристалізації на підставі даних про ізотерму температури кристалізації, отриманих з розрахунку попередньої ітерації, що дозволяє точніше відстежувати положення і форму фронту кристалізації. Для допущення про повністю прозорий кристал і непрозорий розплав, що є справедливим для багатьох оксидних матеріалів.

Результати проведених розрахунків показують, що наявність радіаційного теплообміну в кристалі приводить до сильної випуклості фронту кристалізації. З результатів також видно, що при незмінних потужностях нагрівачів можливо управляти процесом кристалізації тільки шляхом переміщення тигля, але в цьому випадку не завжди швидкість переміщення фронту відповідає швидкості переміщення тигля, отже, можливі деякі коливання швидкості кристалізації. Результати розрахунку температурних полів на бічних поверхнях системи кристал-розплав можна використовувати для уточнених розрахунків РКТ в системі кристал-розплав, зокрема для розрахунків кінетичних параметрів процесу кристалізації.

Оперативне управління процесом росту за допомогою діафрагми для безтигельного методу ОТФ [6]. На відміну від попередніх моделей, в яких досліджувалися можливості управління переміщенням системи кристал-розплав у змінному у просторі температурному полі, і зміною температурного поля у часі шляхом зміни потужностей нагрівачів, для даного методу розглядається інший варіант управління процесом - шляхом управління радіаційним потоком в системі прозорих і частково прозорих тіл, для чого може використовуватися діафрагма (екран) і зазори в певних частинах установки.

Для безтигельного методу ОТФ розроблена глобальна модель теплообміну, розміри областей відповідних елементів конструкції показані в масштабі на Рис. 2. Кристал прийнятий повністю прозорим і нетеплопровідним. Як і попередня, дана модель передбачає динамічне ітераційне переміщення фронту кристалізації, що дозволяє відстежувати форму і положення міжфазної границі.

Результати чисельних розрахунків показали, що при зміні ступеню відкритості діафрагми в діатермічній області під кристалом істотно змінюються температурні поля і теплові потоки на фронті кристалізації внаслідок зміни радіаційних потоків з боку відкритого торця кристала в навколишнє середовище. Найбільш істотні зміни відбуваються на кільцевих ділянках, відповідних тій ділянці діафрагми, що відривається чи закривається. Для тонкого регулювання процесу кристалізації достатньо змінювати величину отвору діафрагми у вузьких межах. Був проведений аналіз розташування по висоті діафрагми і теплофізичних властивостей діафрагми і навколишніх конструкцій. Виявлено, що шляхом зміни висоти кільцевого зазору в бічній теплоізоляції навпроти відкритої зони розплаву або його екранування, можна в достатньо широких межах регулювати форму фронту кристалізації, а також в деяких межах змінювати товщину розплаву. Важливою перевагою регулювання процесу шляхом зміни радіаційного тепловідводу за допомогою діафрагми або зазору є його безінерційність, тобто ефект виявляється практично миттєво після відкриття/закриття або зміни положення діафрагми. Це дає можливість виконувати «миттєві знімки»

поточного положення міжфазної границі шляхом, наприклад, короткочасного відкриття діафрагми.

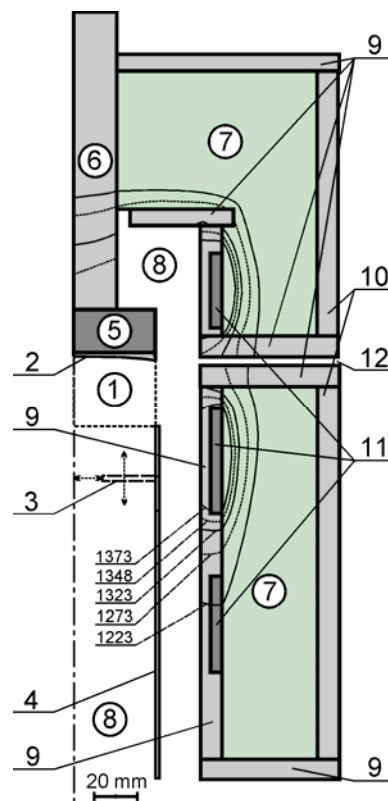


Рис.2. Загальний вигляд моделі установки для вирощування кристалів безтигельним ОТФ-методом. 1 - кристал; 2- розплав; 3 - рухома діафрагма; 4 – підставка кристала; 5, 6 - ОТФ-нагрівач і шток над ним; 7 - теплоізоляція; 8 - діатермічні порожнини; 9, 10 - алундові диски і трубки; 11 - нагрівачі бічні: верхній, середній і нижній; 12 - зазор в бічній теплоізоляції. 1373..1223 - положення відповідних ізоترم (К)

Модель радіаційно-конвективного теплообміну для кристалізатора за методом Чохральського [7]. Дана глобальна чисельна модель розроблена на основі реальної установки по вирощуванню монокристалів йодиду цезію і включає області напівпрозорого кристала, розплаву і порожнин, заповнених газом, а також навколишніх елементів кристалізаційної установки: тигля, кристалоутримувача, нагрівачів, підживлювача і теплоізоляції. У кристалі розглядається радіаційно-кондуктивний теплообмін, а в розплаві - радіаційно-конвективний. У газових об'ємах розглядається конвективний теплообмін, а також радіаційний теплообмін між стінками порожнин. Для опису конвективного теплообміну використовується модель турбулентності k-ε. У моделі враховується обертальний рух кристала і кристалоутримувача, а також умови Марангоні на вільній поверхні розплаву (межа розплав-газ). Для обчислення радіаційного теплопереносу використовується метод дискретних ординат, з наступними допущеннями: середовище «сіре» і ізотропне, границі дифузії. У балансі енергії на межі кристал-розплав (умова Стефана)

враховується радіаційний потік. Межі кристал-розплав, кристал-газ і розплав-газ розглядаються як напівпрозорі. Дискретизація розрахункової області виконана за допомогою чотирикутних і трикутних елементів. Для поліпшення збіжності і збільшення точності розв'язку проведена оптимізація розрахункової сітки з її подрібненням по межах областей, в яких проводиться розрахунок конвективного руху. Загальний вид розрахункової сітки і приклад розрахунку температурних полів приведені на Рис 3.

Використання цієї чисельної моделі дає можливість вивчати температурні режими всередині установки, відстежувати величини градієнтів і теплових потоків і характер розвитку конвекції в установці. Розрахунки проводяться для різних стадій росту (при різних довжинах кристала), передбачається зміна форми фронту кристалізації. На підставі розрахунків по чисельній моделі кристалізатора можливий підбір необхідних потужностей і температур нагрівачів для забезпечення оптимального теплового режиму зростання кристала при мінімальних витратах електроенергії.

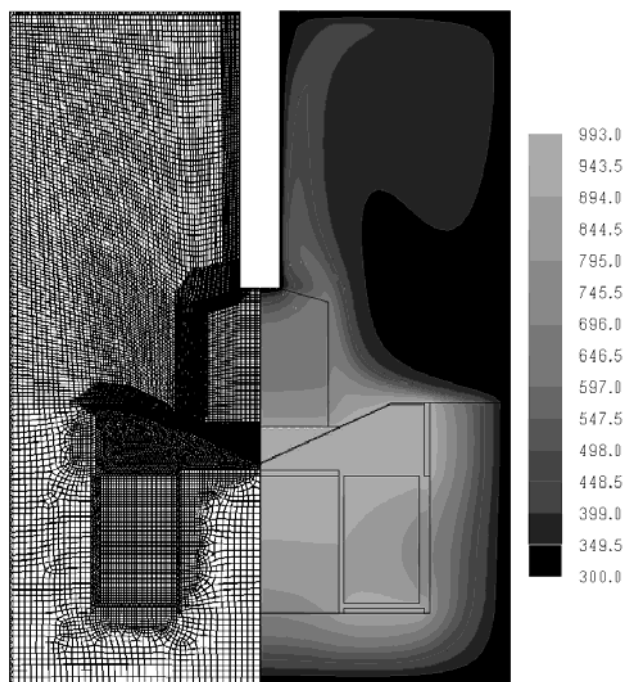


Рис.3. Розрахункова сітка для моделі установки по методу Чохральського та приклад розрахунку температурних полів (К) для цієї моделі

Висновки. Розроблені чисельні моделі радіаційно-кондуктивного і радіаційно-конвективного теплообміну для різних методів вирощування кристалів з розплаву. Досліджені різні підходи щодо врахування радіаційного теплообміну в напівпрозорих матеріалах. Розроблені моделі можуть

використовуватися як для попередньої оцінки і вибору схем кристалізаційних установок, режимів їх роботи, так і для оптимізації існуючих установок і режимів з точки зору підвищення якості отримуваних монокристалів і зниження питомої витрати електроенергії. Крім того, застосування чисельного моделювання дозволило досліджувати нові способи управління процесами кристалізації, а розрахунок спрощених чисельних моделей паралельно з реальним процесом вирощування кристала дозволяє отримувати повнішу інформацію про поточний процес, своєчасно виявляти і усувати виникаючі відхилення від оптимального режиму, що також сприяє підвищенню якості кристалів і енергоефективності технології.

[1] Evstratov Yu., Kalaev V.V., Zhmakin A.I., Makarov Yu.N., Abramov A.G., Ivanov N.G., Smirnov E.M., Dornberger E., Virbulis J., Tomzig E., Ammon W.V. Modeling analysis of unsteady three-dimensional turbulent melt flow during Czochralski growth of Si crystals // *Journal of Crystal Growth*. – 2001. – Vol.230. – pp. 22-31.

[2] Brandon S., Derby J.J. Internal radiative transport in the vertical Bridgman growth of semitransparent crystals // *Journal of Crystal Growth*. – 1991. – Vol.110, N3. – pp. 481-500.

[3] Bykova, S. V., Golyshev, V. D., Gonik, M. A., Tsvetovsky, V. B., Deshko, V. I., Karvatskii, A. Ya., Lenkin, A.V., Brandon, S., Weinstein, O., Virozub, A., Derby, J.J., Yeckel, A. and Sonda, P., Experimental and numerical analysis of coupled interfacial kinetics and heat transport during the Axial Heat flux close to the Phase interface (AHP) growth of BGO single crystals, *Journal of Crystal Growth*, – 2004., Vol. 266, Issues 1-3, pp. 246-256.

[4] Дешко В.И., Карвацкий А. Я., Лохманец Ю.В. «Моделирование радиационно-конвективного теплообмена в полупрозрачной цилиндрической системе кристалл-расплав». Тези доповідей Міждержавної науково-методичної конференції «Проблеми математичного моделювання», 28-30 травня 2008р., Дніпродзержинськ. – с. 68-70.

[5] Дешко В.И., Карвацкий А.Я., Ленкин А.В., Лохманец Ю.В. Глобальные модели сложного теплообмена в кристаллизационных установках// *Промышленная теплотехника*. – 2008. – Т. 30, № 1. – С. 38-45.

[6] V. I. Deshko, V. D. Golyshev, A. Ya. Karvatskii, Yu.V. Lohmanets Development of thermal regime control for crucibleless AHP method // *Functional Materials*. – 2008. – 15, No.1. – P. 90-96.

[7] В.И. Дешко, А.Я. Карвацкий, Ю.В. Лохманец, К.А. Кудин. Модель радиационно-конвективного теплообмена в установке по выращиванию монокристаллов CSI из расплава. Тезисы докладов XIII Национальной конференции по росту кристаллов, 17-21 ноября 2008 года, Москва. – с. 301.