

ЗАСТОСУВАННЯ МЕТОДУ ГРАНИЧНИХ ЕЛЕМЕНТІВ ДЛЯ РОЗВ'ЯЗАННЯ ЗАДАЧ З ТЕОРІЇ СТАТИЧНОЇ ТЕРМОПРУЖНОСТІ

Постановка задачі

Математичну постановку незв'язаної статичної задачі термопружності можна записати у вигляді двох рівнянь, представлених у формі тензорів

$$\lambda t_{,ii} + q_v = 0, \quad (1)$$

$$\sigma_{ij,i} + b_i = 0, \quad i, j = 1, 2, 3, \quad (2)$$

де t - температура, °С; λ - теплопровідність, Вт/(м·К); q_v - об'ємна щільність внутрішнього джерела теплоти, Вт/м³; σ_{ij} - компоненти тензору напружень, Па; b_i - компоненти об'ємних сил, які викликані гравітаційним чи відцентровим навантаженням, Па/м.

При температурному навантаженні тензор напружень визначається з узагальненого закону Гука

$$\sigma_{ij} = 2G\varepsilon_{ij} + \frac{2G\nu}{1-2\nu} \varepsilon_{kk} \delta_{ij} - 2G \frac{1+\nu}{1-2\nu} \alpha t \delta_{ij}, \quad i, j, k = 1, 2, 3 \quad (3)$$

де $G = \frac{E}{2(1+\nu)}$ - модуль зсуву, Па; E - модуль Юнга, Па; ν - коефіцієнт Пуассона; $\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2}(u_{i,j} + u_{j,i})$ - тензор малих деформацій Коші; u - переміщення, м; α - коефіцієнт лінійного розширення, К⁻¹; δ_{ij} - символ Кронекера.

За крайові умови прийняті всі види граничних умов [1], а також стаціонарні умови Стефана [2-5].

Методика чисельного розв'язання

Методика чисельного розв'язання задачі (1)-(3) базується на прямому методі граничних елементів (ПМГЕ) [1] з використанням для двовимірного випадку лінійних граничних елементів і подвійних вузлів при кутах між елементами менших ніж 180°. При цьому відстань між подвійними вузлами повинна складати 1-2 % від довжини граничних елементів. Чисельне розв'язання рівняння (1) детально описане в [2,3], а рівняння (2) для загального випадку (при $q_v = 0$) розглянуте в [1]. Тому докладніше зупинимося на методиці чисельного

розв'язання рівняння (2) для двох випадків: а) коли температурне навантаження формується при $q_v = 0$ та б) при $q_v \neq 0$.

Граничне інтегральне рівняння ПМГЕ для рівняння (2) (при $b_i = 0$) при граничних умовах, які задані у виді переміщень та зусиль [1] і температурного навантаження, має вигляд

$$\begin{aligned} c_{ij}(\xi)u_j(\xi) + \int_{\Gamma} p_{ij}^*(\xi, x)u_j(\xi)d\Gamma(x) = \\ = \int_{\Gamma} u_{ij}^*(\xi, x)p_j(\xi)d\Gamma(x) + \int_{\Omega} u_{ik,k}^*(\xi, x)t(x)d\Omega(x) \end{aligned} \quad , i, j, k = 1, 2 \quad (4)$$

де c_{ij} - коефіцієнт, що залежить від виду граничного елемента і типу вузла (одинарний чи подвійний); u_{ij}^*, p_{ij}^* - компоненти тензорів фундаментальних переміщень і напружень [1], відповідно (чи фундаментальні сингулярні розв'язки (2)); $p_j = \sigma_{ij}n_i$ - компоненти зусиль на границі тіла; n_i - направляючі косинуси зовнішньої нормалі до границі тіла; ξ - координати джерела (вузла); x - поточні координати граничного елемента; Γ - границя тіла (чи області підобласті для сполучених тіл); Ω - область (підобласть).

Рівняння (4) записано для задач плоско-деформованого стану (ПДС). Приведене рівняння буде також справедливе і для плоско-напруженого стану (ПНС), якщо зробити наступні заміни: ν на $\bar{\nu} = \nu/(1 + \nu)$; α на $\bar{\alpha} = \alpha/(1 + \bar{\nu})$.

За умови $q_v = 0$ інтеграл по області в рівнянні (4) можна редукувати до граничного [1].

В дискретній формі інтегральне рівняння (4) записується як система лінійних алгебраїчних рівнянь (СЛАР) відносно невідомих на границі тіла

(області) переміщень $\begin{Bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} u_x \\ u_y \end{Bmatrix}$, чи зусиль $\begin{Bmatrix} p_1 \\ p_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} p_x \\ p_y \end{Bmatrix}$ і відповідно має

розмірність $(2N; 2N)$

$$\left\{ \begin{aligned}
& \sum_{j=1}^N (H_{11})_{ij} (u_1)_j + \sum_{j=N+1}^{2N} (H_{12})_{ij-N} (u_2)_{j-N} = \sum_{j=1}^N (G_{11})_{ij} (p_1)_j + \\
& \quad = \sum_{j=N+1}^{2N} (G_{12})_{ij-N} (p_2)_{j-N} + (B_1)_i, \quad i = \overline{1, N} \\
& \sum_{j=1}^N (H_{21})_{i-N, j} (u_1)_j + \sum_{j=N+1}^{2N} (H_{22})_{i-N, j-N} (u_2)_{j-N} = \\
& \quad = \sum_{j=1}^N (G_{21})_{i-N, j} (p_1)_j + \sum_{j=N+1}^{2N} (G_{22})_{i-N, j-N} (p_2)_{j-N} + \\
& \quad + (B_2)_{i-N}, \quad i = \overline{N+1, 2N}
\end{aligned} \right. \quad (5)$$

де N - кількість граничних вузлів в області (підобласті); $H_{11}, H_{12} = H_{21}, H_{22}, G_{11}, G_{12} = G_{21}, G_{22}$ - матриці коефіцієнтів впливу для відповідних переміщень і зусиль; $\begin{Bmatrix} B_1 \\ B_2 \end{Bmatrix}$ - вектор об'ємних зусиль, які викликані

температурним навантаженням.

Коефіцієнти впливу при використанні лінійних граничних елементів визначаються за формулами:

$$\begin{aligned}
(G_{nm})_{ij} &= \int_{\Gamma_j} u_{nm}^* d\Gamma = \\
&= \frac{\ell_{j-1}}{4} \int_{-1}^1 u_{nm}^*(r_{ij-1})(1+\eta) d\eta + \frac{\ell_j}{4} \int_{-1}^1 u_{nm}^*(r_{ij})(1-\eta) d\eta,
\end{aligned} \quad (6)$$

при $i \neq j$

$$\begin{aligned}
(H_{nm})_{ij} &= \int_{\Gamma_j} p_{nm}^* d\Gamma = \\
&= \frac{\ell_{j-1}}{4} \int_{-1}^1 p_{nm}^*(r_{ij-1})(1+\eta) d\eta + \frac{\ell_j}{4} \int_{-1}^1 p_{nm}^*(r_{ij})(1-\eta) d\eta,
\end{aligned} \quad (7)$$

$$\text{при } i = j \quad (H_{nm})_{ii} = - \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^N (H_{nm})_{ij} \quad n, m = 1, 2; \quad i, j = \overline{1, N}, \quad (8)$$

де ℓ - довжина лінійного граничного елемента, r_{ij} - відстань між джерелом і поточною точкою границі області.

При подвійних вузлах один з доданків (6) або (7) відсутній.

Вектор об'ємних зусиль при переході від інтегралу по області до граничних інтегралів і дискретної форми здобуває вигляд

$$\begin{aligned}
(B_n)_i &= 2G \frac{1+\nu}{1-2\nu} \alpha \int_{\Omega} u_{nk,k}^*(\xi, x) t(x) d\Omega(x) = \\
&= \int_{\Gamma} P_n t d\Gamma - \int_{\Gamma} Q_n t_{,k} n_k d\Gamma = \\
&= \sum_{j=1}^N \left[\int_{\Gamma_j} P_n d\Gamma \right] t_j - \sum_{j=1}^N \left[\int_{\Gamma_j} Q_n d\Gamma \right] (t_{,k})_j (n_k)_j; \\
&k, n = 1, 2; i, j = \overline{1, N}
\end{aligned} \tag{9}$$

де P_n і Q_n - коефіцієнти, вирази для яких наведені в [1].

Для випадку лінійних граничних елементів інтеграли в квадратних дужках (9) перетворюються до вигляду

$$\int_{\Gamma_j} P_n d\Gamma = \frac{\ell_{j-1}}{4} \int_{-1}^1 P_n(r_{ij-1})(1+\eta) d\eta + \frac{\ell_j}{4} \int_{-1}^1 P_n(r_{ij})(1-\eta) d\eta, \tag{10}$$

$$\int_{\Gamma_j} Q_n d\Gamma = \frac{\ell_{j-1}}{4} \int_{-1}^1 Q_n(r_{ij-1})(1+\eta) d\eta + \frac{\ell_j}{4} \int_{-1}^1 Q_n(r_{ij})(1-\eta) d\eta, \tag{11}$$

де $n=1,2$.

В запропонованій методиці всі сингулярні коефіцієнти впливу (6), (10), (11) визначаються аналітично, тобто точно, а інтеграли, що не мають сингулярних особливостей, визначаються чисельно за допомогою квадратурних формул Гауса. СЛАУ виду (5) записується відносно невідомих переміщень та зусиль на границях підобластей. Матриця СЛАР записується в стрічковому вигляді. Розв'язок СЛАР здійснюється за допомогою методу Гауса з урахуванням стрічкової структури матриці. Після розв'язання СЛАР визначаються невідомі переміщення і зусилля на границях підобластей.

Переміщення і напруження всередині області (підобласті), при необхідності, визначаються по формулах

$$\begin{aligned}
(u_n)_i &= \sum_{j=1}^N (H_{nm})_{ij} (u_m)_j - \sum_{j=1}^N (G_{nm})_{ij} (p_m)_j + \\
&+ \sum_{j=1}^N \left[\int_{\Gamma_j} P_n d\Gamma \right] t_j - \sum_{j=1}^N \left[\int_{\Gamma_j} Q_n d\Gamma \right] (t_{,k})_j (n_k)_j; \\
&k, n, m = 1, 2; i = \overline{1, M}; j = \overline{1, N}
\end{aligned} \tag{12}$$

$$\begin{aligned}
(\sigma_{nm})_i &= \sum_{j=1}^N \left[\int_{\Gamma_j} u_{nmk}^* d\Gamma \right] (p_k)_j - \sum_{j=1}^N \left[\int_{\Gamma_j} p_{nmk}^* d\Gamma \right] (u_k)_j + \\
&+ \sum_{j=1}^N \left[\int_{\Gamma_j} S_{nm} d\Gamma \right] t_j - \sum_{j=1}^N \left[\int_{\Gamma_j} V_{nm} d\Gamma \right] (t_{,k})_j (n_k)_j - \\
&- 2G \frac{1+\nu}{1-2\nu} \alpha t_i \delta_{nm}; \\
&k, n, m = 1, 2; \quad i = \overline{1, M}; \quad j = \overline{1, N}
\end{aligned} \tag{13}$$

де M – число вузлів всередині області; u_{nmk}^*, p_{nmk}^* – компоненти тензорів переміщень і напружень [1], що відповідають фундаментальному розв’язанню Кельвіна; S_{nm}, V_{nm} – компоненти тензору фундаментального розв’язання для температури і її нормальної похідної на границі області (підобласті).

В (12) матриці \mathbf{H} і \mathbf{G} так само, як і для границі області, визначаються по (6), (7). При цьому джерело знаходиться не на границі, а всередині області.

Для визначення координат M точок (вузлів) всередині підобластей для (12), (13) використовується триангуляція на основі методу Делоне.

Після того, як вирішена гранична задача (5) необхідно виконати останній етап розрахунків, тобто визначити компоненти тензору напружень на границях підобластей. Як відомо, в теорії МГЕ ця задача викликає суттєві проблеми. Це зумовлюється тим, що для границі області формули (13) мають сингулярність, яка не може бути усунута. В зв’язку з цим для розрахунку граничних значень σ_{nm} необхідно застосовувати інші прийоми.

В даній роботі для визначення напружень на границях підобластей застосовується оригінальна методика розрахунку. Дана методика ґрунтується на аналітичному розв’язанні системи алгебраїчних рівнянь, записаних для лінійного граничного елемента відносно σ_{nm} з використанням перетворень розв’язань для тензору малих деформацій Коші, та узагальненого закону Гука (3), який записується у зворотній формі.

В результаті для визначення граничних значень σ_{nm} остаточно отримуємо

$$\left\{ \begin{aligned}
(\sigma_{11})_i &= (p_1 n_1)_i - (p_2 n_2)_i + \frac{(n_2^2)_i}{1-\nu} A, \\
(\sigma_{12})_i &= (p_1 n_2)_i + (p_2 n_1)_i - \frac{(n_1 n_2)_i}{1-\nu} A, \quad i = \overline{1, N}, \\
(\sigma_{22})_i &= (p_2 n_2)_i - (p_1 n_1)_i + \frac{(n_1^2)_i}{1-\nu} A,
\end{aligned} \right. \tag{14}$$

де $A = (p_1 n_1)_i + (p_2 n_2)_i - 2G[(\Delta_1 n_2)_i - (\Delta_2 n_1)_i] - 2G(1+\nu)\alpha t_i; (\Delta_n)_i = \frac{(u_n)_{i+1} - (u_n)_i}{\ell_i}$

При $q_v = g(x, y)$ інтеграл по області в правій частині (4) не перетворюється на граничний, як це показано в розглянутій вище методиці при $q_v = 0$. Тому для розв'язання задачі статичної термопружності при температурному навантаженні, яке задано рівнянням Пуассона, застосовуються інші підходи.

В такому випадку компоненти температурного навантаження в (5) визначаються з

$$B_n = 2G \frac{1+\nu}{1-2\nu} \alpha \int_{\Omega} u_{nk,k}^*(\xi, x) t(x) d\Omega(x) = -\frac{\alpha(1+\nu)}{2\pi(1-\nu)} \int_{\Omega} \frac{r_n}{r^2} t d\Omega; \quad (15)$$

$$k, n = 1, 2$$

де r – відстань між джерелом і поточною точкою області.

При переході від інтегралу по області (підобласті) Ω до інтегралів по трикутниках (по симплексу), на які розбивається область у результаті триангуляції, отримуємо

$$B_n = u_n^T = -\frac{\alpha(1+\nu)}{2\pi(1-\nu)} \cdot \sum_{k=1}^K \left\{ |J| \int_0^1 \left[\int_0^{1-\eta_1} \frac{r_n(\eta_1, \eta_2)}{r^2(\eta_1, \eta_2)} t(\eta_1, \eta_2) d\eta_2 \right] d\eta_1 \right\}_k, \quad (16)$$

де u_n^T - температурні компоненти деформації; K – кількість трикутників; k – індекс трикутника; $|J|$ - якобіан переходу від косокутної системи координат до прямокутної.

Інтеграли (16) визначаються чисельно за квадратурною схемою Хаммера [1].

Переміщення і напруження всередині області (підобласті), при необхідності, визначаються за формулами

$$(u_n)_i = \sum_{j=1}^N (H_{nm})_{ij} (u_m)_j - \sum_{j=1}^N (G_{nm})_{ij} (p_m)_j + (u_n^T)_i; \quad (17)$$

$$k, n, m = 1, 2; i = \overline{1, M}; j = \overline{1, N}$$

$$(\sigma_{nm})_i = \sum_{j=1}^N \left[\int_{\Gamma_j} u_{nmk}^* d\Gamma \right] (p_k)_j - \sum_{j=1}^N \left[\int_{\Gamma_j} p_{nmk}^* d\Gamma \right] (u_k)_j + \quad (18)$$

$$(\sigma_{nm}^T)_i = 2G \frac{1+\nu}{1-2\nu} \alpha t_i \delta_{nm}; k, n, m = 1, 2; i = \overline{1, M}; j = \overline{1, N},$$

де u_n^T - визначається по (16); $\sigma_{nm}^T = 2G \epsilon_{nm}^T$, (19) - температурні компоненти напружень;

$$\epsilon_{nm}^T = \frac{1}{2} (u_{n,m}^T + u_{m,n}^T) = -\frac{\alpha(1+\nu)}{4\pi(1-\nu)} \left[\left(\int_{\Omega} \frac{r_n}{r^2} T d\Omega \right)_m + \left(\int_{\Omega} \frac{r_m}{r^2} T d\Omega \right)_n \right], \quad (20)$$

- температурні компоненти деформації.

При визначенні виразів у дужках (20) використовується (16) і чисельне інтегрування по трикутниках [6].

На цьому розгляд методик чисельного розв'язання поставлених задач закінчується. Далі представлено коротке резюме основних етапів проведення розрахунків.

Порядок виконання розрахунків при $q_v = 0$ і $q_v = g(x, y)$:

- дискретизація області (підобластей) на граничні елементи: при $q_v = 0$ триангуляція самої області не обов'язкова; при $q_v = g(x, y)$ триангуляція обов'язково виконується;
- розв'язання теплової задачі з визначенням температури і температурних градієнтів на границі області: при $q_v = 0$ температурне поле всередині області не визначається; при $q_v = g(x, y)$ визначаються температури і градієнти всередині області;
- розрахунок коефіцієнтів впливу по (6)-(8);
- формування матриці і вектору СЛАР з урахуванням граничних умов: при $q_v = 0$ по (5), (9); при $q_v = g(x, y)$ по (5), (15);
- розв'язок СЛАР і визначення невідомих граничних значень переміщень і зусиль;
- розрахунок напружень на границі області по (14);
- при необхідності розрахунок переміщень і напружень усередині області (тіла): при $q_v = 0$ по (12), (13); при $q_v = g(x, y)$ по (17), (18).

Для отримання достовірних оцінок при проведенні розрахунків, наприклад, температурних деформацій промислового обладнання (зокрема, катодного пристрою електролізерів - подини), теплову задачу (1) необхідно розв'язувати для всього електролізера в цілому, тобто визначати розподіл температур по всій ванні і, відповідно, форму робочого простору (ФРП). Це пов'язано зі складністю постановки реальних теплових граничних умов окремо для однієї подини, тобто у відриві від всіх інших елементів електролізера. На відміну від теплової, задача механіки (2) може бути вирішена для частини катоду, наприклад, тільки для однієї подини при заданні коректних граничних умов для (2), що є можливим. У цьому випадку для розрахунку використовується поле температур в подині, яке отримано при розв'язку теплової задачі для всього електролізера. При розв'язанні задачі механіки також можливі будь-які інші комбінації елементів катоду, чи аноду електролізера, так, наприклад, системи: подина + бровка + периферійний шов + бортовий блок + катодний кожух, чи цілком увесь катод без електроліту, металу і ФРП.

Програмне забезпечення. Результати тестування

На базі викладеної методики чисельного розв'язання поставленої задачі розроблено універсальне програмне забезпечення для розв'язання двовимірних задач статичної термопружності в сполучених тілах складної геометрії при різних комбінаціях граничних умов.

В основу даного програмного продукту покладені принципи об'єктно-орієнтованого програмування, які реалізовані в програмному забезпеченні за допомогою мови програмування C++.

Програмне забезпечення побудовано на модульному принципі і містить у собі такі складові:

- модуль лінгвістичного аналізу файлу-завдання і поділу його на два файли-завдання: відповідно для теплової задачі і задачі механіки;
- модуль розрахунку температурних полів, градієнтів температур і густини теплових потоків, як на границях тіла, так і всередині нього;
- модуль розрахунку переміщень, деформацій і напружень, як на границях тіла, так і всередині нього;
- модуль перегляду результатів розрахунку у вигляді полів температури, густини теплових потоків, переміщень, деформацій, напруг та їх інтенсивностей, розрахункової сітки.

Файли завдань містять спеціально розроблені ключові слова, що визначають:

- підобласті з указанням їхніх імен та фізичних властивостей;
- геометричні характеристики;
- граничні умови;
- умови проведення розрахунків;
- змінні.

Файл завдання для теплової задачі звичайно містить у собі всі елементи конструкції, а для задачі механіки – тільки ті елементи (тверді тіла), у яких необхідно провести оцінку деформації і напружень.

Прототипом для створення даної розробки є програмний продукт “Електроліз” представлений в [2].

Тестування програмного забезпечення проводилося при умовах близьких до експлуатаційних умов катодних пристроїв алюмінієвих електролізерів на декількох простих прикладах, для яких відомі дані точних розв'язань.

Приклад 1. Напівнескінченна пластина товщиною $h=0,115\text{м}$ і довжиною $\ell=1,7\text{м}$, вільна від зовнішніх сил, має постійну температуру $t_1=t_2=1000^\circ\text{C}$ (рис. 1). Матеріали пластини: сталь 3, вуглеграфіт. Властивості матеріалів наведені в табл. 1. Розрахунок ПНС. Результати порівняльних розрахунків з точним розв'язком представлені в табл. 2.

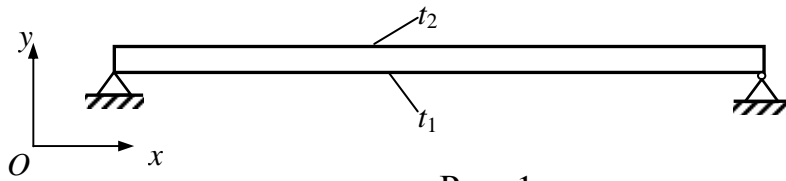


Рис. 1.

Таблиця 1

Матеріал	Теплопровідність λ , Вт/(м·К)	Коефіцієнт Пуассона ν	Модуль Юнга E , МПа	Коефіцієнт термічного розширення α , K^{-1}
Сталь 3	45	0,3	202000	0,0000144
Вуглеграфіт	8	0,2	10800	0,000005

Таблиця 2

Матеріал	Переміщення, $u_1 = u_x = \Delta l$, м		Напруження, $\sigma_{11} = \sigma_{xx}$, Мпа	
	Точний розв'язок	ПМГЕ	Точний розв'язок	ПМГЕ
Сталь 3	0,02448	0,02448	0	-1,906 +0,168
Вуглеграфіт	0,0085	0,0085	0	-0,02945 +0,00288

Приклад 2. Напівнескінченна пластина при розмірах прикладу 1, вільна від зовнішніх сил, має лінійний розподіл температури по товщині при $t_1=950^\circ\text{C}$ і $t_2=1000^\circ\text{C}$ (рис. 1). Матеріали пластини: сталь 3, вуглеграфіт (табл. 1). Розрахунок ПНС. Результати порівняльних розрахунків з точним розв'язком наведені в табл. 3.

Таблиця 3

Матеріал	Переміщення, $u_1 = u_x = \Delta l$, м		Напруження, $\sigma_{11} = \sigma_{xx}$, Мпа	
	Точний розв'язання при $t_{cp}=975^\circ\text{C}$	ПМГЕ	Точний розв'язок	ПМГЕ
Сталь 3	0,023868	0,023869	0	-5,967 +4,090
Вуглеграфіт	0,0082875	0,008288	0	-0,0917 +0,0793

Приклад 3. Напівнескінченна пластина з розмірами як і в прикладі 1, затиснена з обох торців має постійну температуру $t_1=t_2=1000^\circ\text{C}$ (рис. 2). Матеріали пластини: сталь 3, вуглеграфіт (табл. 1). Розрахунок ПНС. Результати порівняльних розрахунків з аналітичним рішенням [7] представлені в табл. 4.

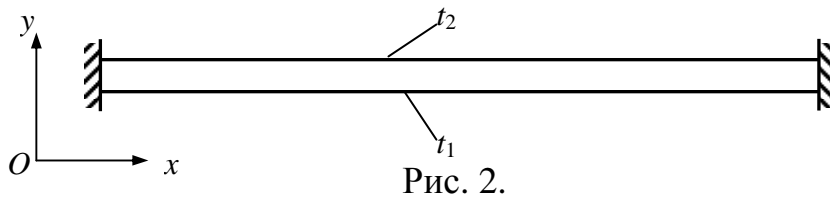


Рис. 2.

Таблиця 4

Матеріал	Переміщення, $u_1=u_x=\Delta\ell$, м		Напруження, $\sigma_{11}=\sigma_{xx}$, МПа	
	Точне розв'язок	ПМГЕ	Аналітичний розв'язок [7]	ПМГЕ
Сталь 3	0	0	-2875,0	-2888,5
Вуглеграфіт	0	0	-53,38	-53,53

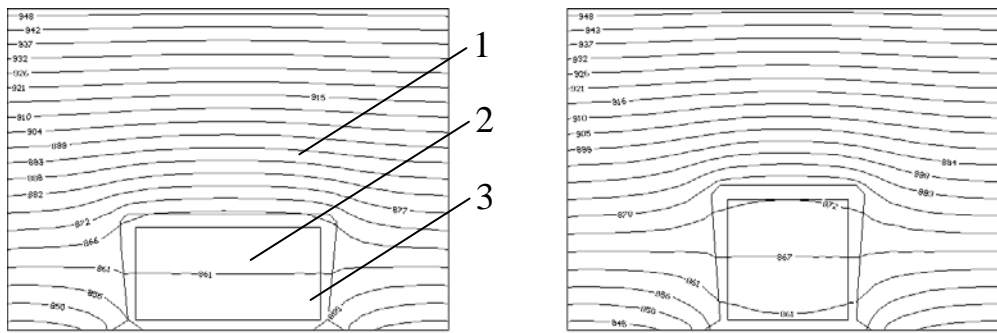
В усіх розглянутих прикладах число граничних вузлів дорівнювало 245.

Результати чисельних експериментів

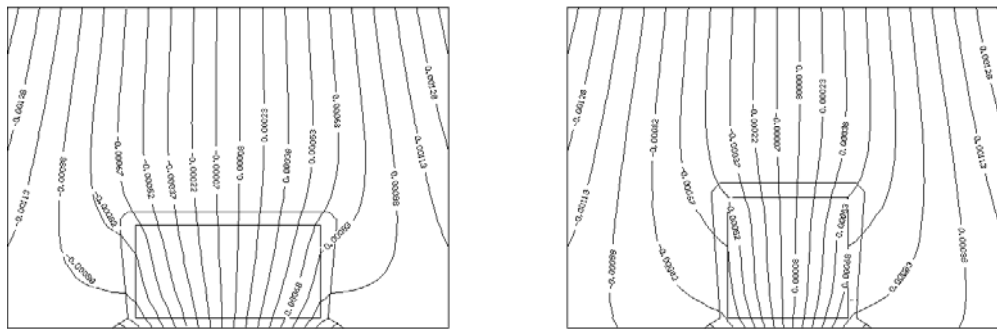
Для демонстрації можливостей розробленого програмного забезпечення виконані розрахунки термопружного стану елементів конструкції алюмінієвого електролізера на силу струму 156кА в режимі експлуатації:

- окремої подової секції;
- подини і торцевої футеровки катодного вузла алюмінієвого електролізера.

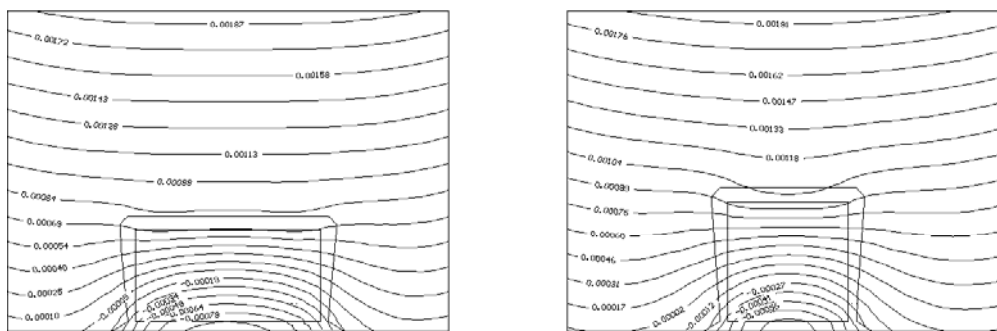
Результати розрахунків у вигляді температурних полів, переміщень, інтенсивностей напруги по 3-й теорії міцності і деформацій наведені на рис. 3-4.



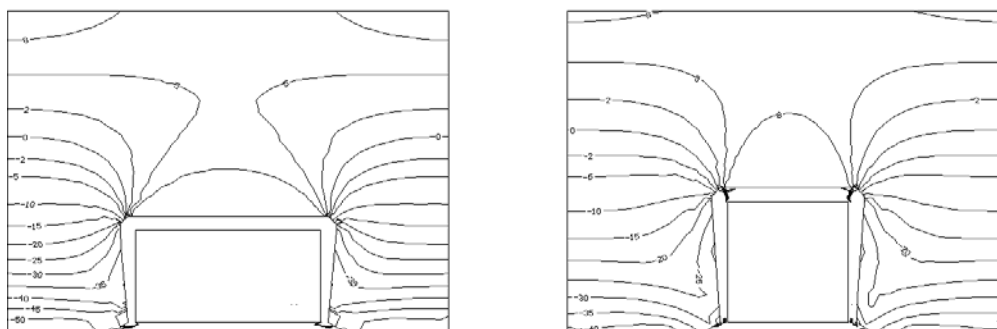
а) поле температури;



б) поле переміщень u_x ;

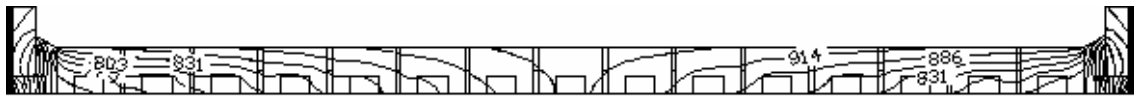


в) поле переміщень u_y ;



г) поле інтенсивностей напружень (по 3-й теорії міцності);

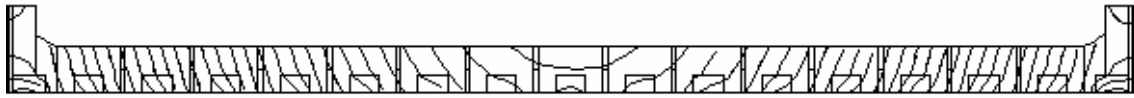
Рис. 3. Поперечний переріз подової секції катоду. Ліворуч блумс 115x230, а праворуч - 150x150. (1- вуглеграфітовий подовий блок; 2-сталевий блумс; 3-чавунна заливка).



а) поле температури;



б) поле переміщень u_x (межі $-0,0104; + 0,0104$ м)



в) поле переміщень u_y (межі $-0,0015; + 0,0577$ м);



г) поле інтенсивностей напружень. Ізолінія 40МПа;



д) деформація. (збільшено в 5 разів);

Рис. 4. Поздовжній перетин подини з торцевою футеровкою електролізеру на силу струму 156кА. Блумси 115х230.

Висновки

1. На базі ПМГЕ розроблена методика чисельного розв'язання задачі статичної термопружності для сполучених ізотропних тіл.
2. Розроблено універсальне програмне забезпечення для розв'язання двовимірних задач статичної термопружності в сполучених тілах складної форми при різних комбінаціях граничних умов.
3. Проведено тестування програмного забезпечення і виконані розрахунки термопружного стану окремої подової секції, подини і бортової футеровки катодного вузла алюмінієвого електролізера.

Література

1. Бреббия К., Теллес Ж., Вроубел Л. Методы граничных элементов/ Пер. с англ. - М: Мир, 1987, - 524с.
2. Е.Н.Панов, Г.Н.Васильченко, С.В.Даниленко, А.Я.Карвацкий, И.Л.Шилович, М.Ф.Боженко. Тепловые процессы в электролизерах и миксерах алюминиевого производства/ Под общ. ред. Б.С. Громова.- М.: Издательский дом «Руда и металлы», 1998. - 256 с.
3. Панов Е.Н., Пингин В.В., Демидович А.В., Карвацкий А.Я. Математическое моделирование теплового состояния алюминиевого электролизера // Цветные металлы. 1996. N 9. С. 70-74.
4. Карвацкий А.Я, Панов Е.Н., Демидович А.В. К вопросу решения нелинейных стационарных задач теплопроводности методом граничных элементов /Нац. техн. ун-т Украины “Киев. политехн. ин-т”. -Киев, 1996, 13 с. - Деп. в УкрИНТЭИ, №226 – Ук96.
5. Карвацький А.Я. Використання методу граничних елементів для розв'язання осесиметричних стаціонарних задач теплопровідності // Наукові вісті НТУУ “КПІ”. –1999.-№1.-С.83-87.
6. Сегерлинд Л. Применение метода конечных элементов/ Пер. с англ. под ред. Б.Е. Победри. –М.: Мир, 1979. - 392 с.
7. Гейтвуд Б.Е. Температурные напряжения/ Пер с англ. М.: Изд-во иностранной литературы, 1959. – 350 с.